

1. Перевод целых чисел из одной системы счисления в другую

Можно сформулировать алгоритм перевода целых чисел из системы с основанием p в систему с основанием q :

1. Основание новой системы счисления выразить цифрами исходной системы счисления и все последующие действия производить в исходной системе счисления.
2. Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим частное, меньшее делителя.
3. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
4. Составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Пример 1. Перевести десятичное число 173_{10} в восьмеричную систему счисления:

$$\begin{array}{r|l} 173 & 8 \\ \hline 5 & 21 \quad 8 \\ & \hline & 5 \quad 2 \end{array}$$

Получаем: $173_{10}=255_8$

Пример 2. Перевести десятичное число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления:

$$\begin{array}{r|l} 173 & 16 \\ \hline 13 & 10 \\ \hline (D) & (A) \end{array}$$

Получаем: $173_{10}=AD_{16}$.

Пример 3. Перевести десятичное число 11_{10} в двоичную систему счисления. Рассмотренную выше последовательность действий (алгоритм перевода) удобнее изобразить так:

$$\begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \hline 1 & 5 \quad 2 \\ & \hline & 1 \quad 2 \quad 2 \\ & \hline & 0 \quad 1 \end{array}$$

Получаем: $11_{10}=1011_2$.

Пример 4. Иногда более удобно записать алгоритм перевода в форме таблицы. Переведем десятичное число 363_{10} в двоичное число.

Делимое	363	181	90	45	22	11	5	2	1
Делитель	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Остаток	1	1	0	1	0	1	1	0	1

Получаем: $363_{10}=101101011_2$

2. Перевод дробных чисел из одной системы счисления в другую

Можно сформулировать алгоритм перевода правильной дроби с основанием p в дробь с основанием q :

1. Основание новой системы счисления выразить цифрами исходной системы счисления и все последующие действия производить в исходной системе счисления.
2. Последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведений на основание новой системы до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равной нулю или будет достигнута требуемая точность представления числа.
3. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
4. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

Пример 5. Перевести число $0,65625_{10}$ в восьмеричную систему счисления.

0,	65625
	* 8
5	25000
	* 8
2	00000

Получаем: $0,65625_{10}=0,52_8$

Пример 6. Перевести число $0,65625_{10}$ в шестнадцатеричную систему счисления.

0,	65625
	* 16
10	50000
(A)	* 16
8	00000

Получаем: $0,65625_{10}=0,A8_{16}$

Пример 7. Перевести десятичную дробь $0,5625_{10}$ в двоичную систему счисления.

0,	5625
	* 2
1	1250
	* 2
0	2500
	* 2
0	5000

	* 2
1	0000

Получаем: $0,5625_{10}=0,1001_2$

Пример 8. Перевести в двоичную систему счисления десятичную дробь $0,7_{10}$.

0,	7
	*2
1	4
	*2
0	8
	*2
1	6
	*2
1	2
...	

Очевидно, что этот процесс может продолжаться бесконечно, давая все новые и новые знаки в изображении двоичного эквивалента числа $0,7_{10}$. Так, за четыре шага мы получаем число $0,1011_2$, а за семь шагов число $0,1011001_2$, которое является более точным представлением числа $0,7_{10}$ в двоичной системе счисления, и т.д. Такой бесконечный процесс обрывают на некотором шаге, когда считают, что получена требуемая точность представления числа.

3. Перевод произвольных чисел

Перевод произвольных чисел, т.е. чисел, содержащих целую и дробную части, осуществляется в два этапа. Отдельно переводится целая часть, отдельно — дробная. В итоговой записи полученного числа целая часть отделяется от дробной запятой (точкой).

Пример 9. Перевести число $17,25_{10}$ в двоичную систему счисления.

Переводим целую часть:	Переводим дробную часть:
17 2	0, 25
1 8 2	×2
0 4 2	0 50
0 2 2	×2
0 1	1 00

Получаем: $17,25_{10}=1001,01_2$

Пример 10. Перевести число $124,25_{10}$ в восьмеричную систему.

Переводим целую часть:	Переводим дробную часть:
124 8	0, 25
4 15 8	×8
7 1	2 00

Получаем: $124,25_{10}=174,2_8$

4. Перевод чисел из системы счисления с основанием 2 в систему счисления с основанием 2^n и обратно

Перевод целых чисел. Если основание q -ичной системы счисления является степенью числа 2, то перевод чисел из q -ичной системы счисления в 2-ичную и обратно можно проводить по более простым правилам. Для того, чтобы целое двоичное число записать в системе счисления с основанием $q=2^n$, нужно:

1. Двоичное число разбить справа налево на группы по n цифр в каждой.
2. Если в последней левой группе окажется меньше n разрядов, то ее надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов.
3. Рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в системе счисления с основанием $q=2^n$.

Пример 11. Число 101100001000110010_2 переведем в восьмеричную систему счисления.

Разбиваем число справа налево на триады и под каждой из них записываем соответствующую восьмеричную цифру:

101	100	001	000	110	010
5	4	1	0	6	2

Получаем восьмеричное представление исходного числа: 541062_8 .

Пример 12. Число 1000000000111110000111_2 переведем в шестнадцатеричную систему счисления.

Разбиваем число справа налево на тетрады и под каждой из них записываем соответствующую шестнадцатеричную цифру:

0010	0000	0000	1111	1000	0111
4	0	0	F	8	7

Получаем шестнадцатеричное представление исходного числа: $400F87_{16}$.

Перевод дробных чисел. Для того, чтобы дробное двоичное число записать в системе счисления с основанием $q=2^n$, нужно:

1. Двоичное число разбить слева направо на группы по n цифр в каждой.
2. Если в последней правой группе окажется меньше n разрядов, то ее надо дополнить справа нулями до нужного числа разрядов.
3. Рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в системе счисления с основанием $q=2^n$.

Пример 13. Число $0,10110001_2$ переведем в восьмеричную систему счисления.

Разбиваем число слева направо на триады и под каждой из них записываем соответствующую восьмеричную цифру:

$$\begin{array}{c|c|c|c} 000, & 101 & 100 & 010 \\ \hline 0, & 5 & 4 & 2 \end{array}$$

Получаем восьмеричное представление исходного числа: $0,542_8$.

Пример 14. Число $0,10000000011_2$ переведем в шестнадцатеричную систему счисления. Разбиваем число слева направо на тетрады и под каждой из них записываем соответствующую шестнадцатеричную цифру:

$$\begin{array}{c|c|c|c} 0, & 1000 & 0000 & 0011 \\ \hline 0, & 8 & 0 & 3 \end{array}$$

Получаем шестнадцатеричное представление исходного числа: $0,803_{16}$

Перевод произвольных чисел. Для того, чтобы произвольное двоичное число записать в системе счисления с основанием $q=2^n$, нужно:

1. Целую часть данного двоичного числа разбить справа налево, а дробную — слева направо на группы по n цифр в каждой.
2. Если в последних левой и/или правой группах окажется меньше n разрядов, то их надо дополнить слева и/или справа нулями до нужного числа разрядов;
3. Рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в системе счисления с основанием $q=2^n$

Пример 15. Число $111100101,0111_2$ переведем в восьмеричную систему счисления.

Разбиваем целую и дробную части числа на триады и под каждой из них записываем соответствующую восьмеричную цифру:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 111 & 100 & 101, & 011 & 100 \\ \hline 7 & 4 & 5, & 3 & 4 \end{array}$$

Получаем восьмеричное представление исходного числа: $745,34_8$.

Пример 16. Число $11101001000,11010010_2$ переведем в шестнадцатеричную систему счисления.

Разбиваем целую и дробную части числа на тетрады и под каждой из них записываем соответствующую шестнадцатеричную цифру:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 0111 & 0100 & 1000, & 1101 & 0010 \\ \hline 7 & 4 & 8, & D & 2 \end{array}$$

Получаем шестнадцатеричное представление исходного числа: $748,D2_{16}$.

Перевод чисел из систем счисления с основанием $q=2^n$ в двоичную систему. Для того, чтобы произвольное число, записанное в системе счисления с основанием $q=2^n$,

перевести в двоичную систему счисления, нужно каждую цифру этого числа заменить ее n-значным эквивалентом в двоичной системе счисления.

Пример 17. Переведем шестнадцатеричное число $4AC35_{16}$ в двоичную систему счисления.

В соответствии с алгоритмом:

4	A	C	3	5
0100	1010	1100	0011	0101

Получаем: 1001010110000110101_2 .

5. «Нестандартный» способ перевода дробных чисел из двоичной системы счисления в десятичную.

Проще всего понять принцип перевода дробных чисел на примере.

Давайте переведем число $1011,11$ двоичной системы счисления в десятичную.

Обычно мы это делаем так:

Расставляем степени:

$1^3 0^2 1^1 1^0, 1^{-1} 1^{-2}$ - переводим целую часть (как было описано выше), затем переводим дробную часть $1*2^{-1}+1*2^{-2}$. Затем складываем обе части и получаем результат.

Для тех, кому непросто возводить число в отрицательную степень, есть другой алгоритм перевода:

Число $1011,11_2$ записываем без запятой, как 101111_2 и переводим как целое число, а затем результат разделим на 2 (основание) в степени, посчитав сколько цифр стоит после запятой. (В данном случае – 2)

То есть $101111_2=47_{10}$ $47/2^2=11,75_{10}$

Если объяснение не очень понятно, рекомендую посмотреть [видеоролик](#).

Задания для самостоятельного выполнения

1. Переведите целые числа из десятичной системы счисления в двоичную:

- а)513; в)600; д)602; ж)1000;
б)2304; г)5001; е)7000; з)8192.

2. Переведите десятичные дроби в двоичную систему счисления (ответ записать с шестью двоичными знаками):

- а)0,4622; в)0,5198; д)0,5803; ж)0,6124;
б)0,7351; г)0,7982; е)0,8544; з)0,9321.

3. Переведите смешанные десятичные числа в двоичную систему счисления:

- а)40,5; б)31,75; в)124,25; г)125,125.

4. Переведите целые числа из десятичной в восьмеричную систему счисления:

- а) 8700; б)8888; в)8900; г)9300.

5. Переведите целые числа из десятичной в шестнадцатеричную систему счисления:

- а)266; б)1023; в)1280; г)2041.

6. Переведите числа из десятичной системы счисления в восьмеричную:

- а) 0,43; б) 37,41; в) 2936; г)481,625.

7. Переведите числа из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную:

- а) 0,17; б)43,78; в)25,25; г)18,5.

8. Заполните таблицу, в каждой строке которой одно и то же число должно быть записано в системах счисления с основанием 2, 8, 10 и 16.

Основание 2	Основание 8	Основание 10	Основание 16
101010			
	127		
		321	
			2A

9. Переведите двоичные числа в восьмеричную систему счисления:

- а)1010001001011; в)1011001101111; д)110001000100;
б)1010,00100101; г)1110,01010001; е)1000,1111001.

10. Переведите двоичные числа в шестнадцатеричную систему счисления:

- а)1010001001011; в)1011001101111; д)110001000100;
б)1010,00100101; г)1110,01010001; е)100,1111001.

11. Переведите восьмеричные и шестнадцатеричные числа в двоичную систему счисления:

- а)266₈; в)1270₈; д)10,23₈;
б)266₁₆; г)2a19₁₆; е)10,23₁₆.

12. Осуществите перевод чисел по схеме $A_{10} \gg A_{16} \gg A_2 \gg A_8$:

- а) 16547; в) 8512; д) 5043;
б) г) 7756; е) 2323.
21589;

13. Перевести числа из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную:

- а) 12754; б) 1515; в) 7403.

14. Перевести числа из шестнадцатеричной системы счисления в восьмеричную:

- а) 1AE2; б) 1C1C; в) 34E.

15. Сколько разрядов будет в числе, если записать его в восьмеричной системе счисления:

- а) 10111010_2 ; в) $A18C_{16}$;
б) г) $1375BE_{16}$.
 11001111000111_2 ;

16. Сколько разрядов будет в числе, если записать его в шестнадцатеричной системе счисления:

- а) 10111010_2 ; в) 77731_8 ;
б) г) 101154_8 .
 11001111000111_2 ;

17. Сравните числа:

- а) 125_{16} и 111100010101_2 ; г) $12,25_{16}$ и $111,100010101_2$;
б) 757_8 и 1110010101_2 ; д) $63,5751_8$ и $11100,10101_2$;
в) $A23_{16}$ и 1232_8 ; е) B, A_{16} и $11,3_8$.